

Aula 04

*CNU - Concurso Nacional Unificado
(Bloco Temático 7 - Gestão
Governamental e Administração Pública)
Bizu Estratégico - 2024 (Pós-Edital)*

Autor:

**Vinícius Peron Fineto, Aline
Calado Fernandes, Diogo Matias
das Neves, Fernanda Harumi
Amaral Jo, Elizabeth Menezes de
Pinho Alves, Guilherme Carvalho,
Arthur Fontes da Silva Jr, Leo
Mandarino, Paulo Júnior,**



BIZU ESTRATÉGICO DE ESTATÍSTICA – CNU

Olá, prezado aluno. Tudo certo?

Neste material, traremos uma seleção de *bizus* da disciplina de **Estatística** para o concurso do **CNU**.

O objetivo é proporcionar uma revisão rápida e de alta qualidade aos alunos por meio de tópicos que possuem as maiores chances de incidência em prova.

Todos os *bizus* destinam-se a alunos que já estejam na fase bem final de revisão (que já estudaram bastante o conteúdo teórico da disciplina e, nos últimos dias, precisam revisar por algum material bem curto e objetivo).

Elizabeth Menezes



@prof.elizabethmenezes

Leonardo Mathias



@profleomathias



Apresentação

Antes de começarmos, gostaria de me apresentar. Meu nome é **Elizabeth Menezes**, tenho 32 anos e sou natural do Pernambuco. Sou graduada em Administração pela UFPE e Pós-Graduada em Direito Administrativo e Constitucional.

Atualmente, exerço o cargo de Auditora de Controle Externo no Tribunal de Contas do Estado de São Paulo (TCE-SP). Também fui aprovada e nomeada para outros concursos da área fiscal (Auditor Fiscal Estadual e Municipal) e da área de controle.

Serei a responsável pelo **Bizu Estratégico de Estatística** e, com ele, pretendo abordar os tópicos mais cobrados nessa disciplina, de maneira concisa e objetiva, por meio de uma linguagem bem clara!

Espero que gostem!

Um grande abraço e bons estudos!



ANÁLISE ESTATÍSTICA

Pessoal, segue abaixo uma análise estatística dos assuntos mais exigidos no âmbito da disciplina de Estatística.

Assunto	% de cobrança
Médias	29,13%
Apresentação de Dados	25,68%
Moda	16,23%
Teoria da Amostragem	10,82%

Com essa análise, podemos verificar quais são os temas mais exigidos e, através disso, focaremos nos principais pontos em nossa revisão!

Assunto	Bizu	
Apresentação de Dados	1 a 8	http://questo.es/9qwdpl
Média	9 a 16	http://questo.es/d22xiv
Moda	17 a 19	http://questo.es/wx660n



Apresentação de Dados

1. Estatística Descritiva x Estatística Inferencial

- A Estatística é um ramo da Matemática Aplicada, intimamente relacionada a coleta, organização, apresentação, análise e interpretação de dados. Divide-se basicamente em dois ramos:
- **Estatística Descritiva:** responsável pela "parte inicial", ou seja, **coletar, organizar e descrever os dados**.
- **Estatística Inferencial:** responsável pela "parte final", pegar os "dados prontos" e realizar inferências, ou seja, **analisá-los e interpretá-los** para se tirar conclusões.



ESTATÍSTICA DESCRITIVA

É responsável pela coleta, organização, descrição e resumo dos dados observados.

ESTATÍSTICA PROBABILÍSTICA

É responsável por estabelecer o modelo matemático adotado para explicar fenômenos aleatórios.

ESTATÍSTICA INFERENCIAL

É responsável pela análise e interpretação dos dados.

- O **objetivo** da estatística é justamente aplicar determinadas metodologias para "extrapolar" os dados analisados e **obter informações sobre algo maior**.

2. Censo x Amostra / Parâmetro x Estimador



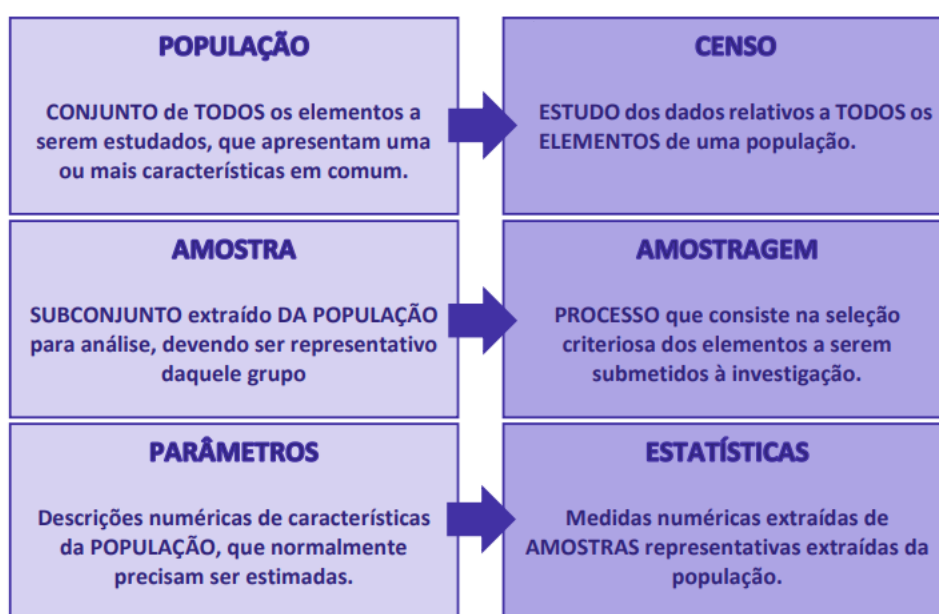
- Quando estamos fazendo algum estudo estatístico, temos a **População**, um conjunto do qual fazem parte **todos os elementos que interessam** para a situação. Por exemplo, se queremos saber a média de filhos que as mulheres brasileiras têm, a população seria composta por todas as mulheres brasileiras.
- Um **Censo** acontece quando coletamos os **dados de todos os elementos da população**. Frequentemente é um procedimento **caro, demorado** ou até mesmo **inviável**. Os dados de uma população são chamados de parâmetros populacionais.
- Uma **Amostra é uma parte da população**. Com as técnicas corretas, é possível obter resultados precisos sobre a população de uma **forma mais barata e rápida**. Na situação do exemplo, poderíamos estudar uma parcela das mulheres brasileiras e chegar a resultados satisfatórios a respeito da população. Os dados de uma amostra são chamados de estimadores.
- Parâmetros e Estimadores são coisas diferentes, e consequentemente são representados de forma diferente. Por exemplo:

$$\begin{aligned}\bar{X} &\rightarrow \text{média amostral (estimador)} \\ \mu &\rightarrow \text{média populacional (parâmetro)}\end{aligned}$$

- O **Parâmetro** é geralmente um **valor fixo**, já o **estimador varia** de acordo com a amostra estudada.
- As **ESTATÍSTICAS são MEDIDAS NUMÉRICAS OBTIDAS DE AMOSTRAS** representativas extraídas da população. A partir das informações colhidas da amostra, as estatísticas amostrais obtidas podem ser utilizadas para inferir ou



tirar conclusões acerca dos parâmetros populacionais, como a proporção de homens e mulheres na população brasileira. De forma resumida, as estatísticas (ou estimadores) são descrições numéricas de características amostrais. Normalmente, as estatísticas amostrais diferem de uma amostra para outra.

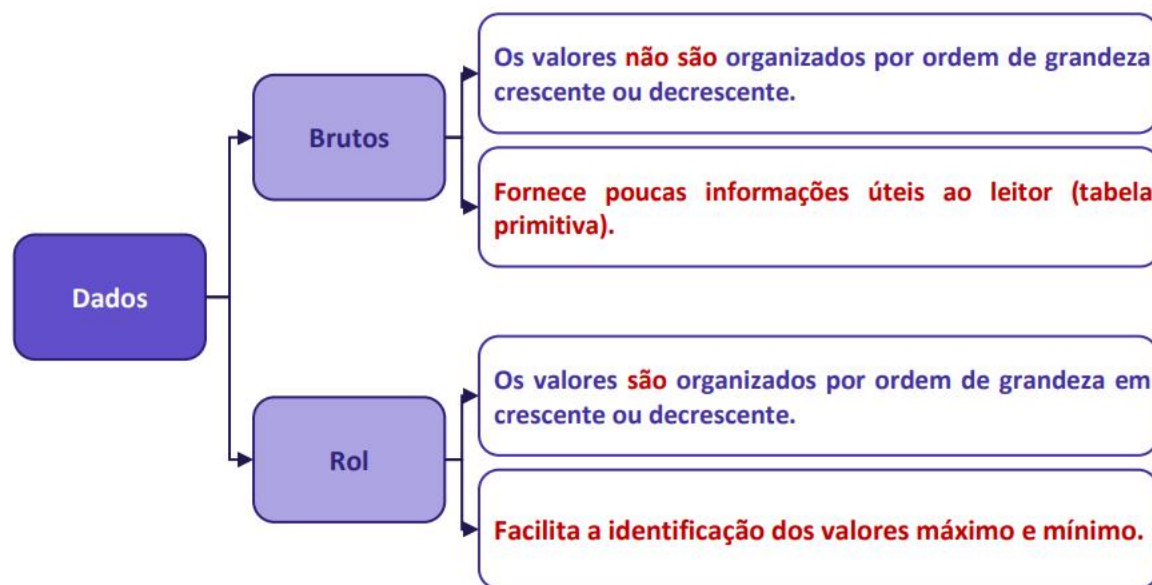


3. Dados Brutos x Rol

- **Dados Brutos** são os dados **desorganizados** de uma pesquisa. Se colocados em uma tabela, esta é chamada de Tabela Primitiva.
- Ao organizar os Dados Brutos em ordem **crescente** ou **decrescente**, estaremos diante de um **Rol**.
- Este procedimento da Estatística Descritiva pode parecer desprezioso, mas



veremos que algumas conclusões e procedimentos dependerão de os dados estarem organizados dessa forma.



4. Frequência Absoluta e Frequência Relativa

- Observe a seguinte sequência de dados:

1 2 3 3 3 4 7 10 12 12

- Observe que alguns dados aparecem mais de uma vez, com isso podemos montar a seguinte tabela:

DADO	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA	FREQUÊNCIA ABSOLUTA ACUMULADA	FREQUÊNCIA RELATIVA ACUMULADA
1	1	10%	1	10%
2	1	10%	2	20%
3	3	30%	5	50%
4	1	10%	6	60%



7	1	10%	7	70%
10	1	10%	8	80%
12	2	20%	10	100%
TOTAL	10	100%	10	100%

- A **Frequência Absoluta** corresponde ao número de vezes que o dado aparece na sequência:

$$F_{Abs_i} = n_i$$

- A **Frequência Relativa** corresponde a frequência absoluta dividida pelo número de elementos na sequência:

$$F_{Rel_i} = \frac{F_{Abs_i}}{n}$$

- As **frequências acumuladas** somam à frequência "normal" as frequências dos **valores anteriores** ao valor em questão.

5. Intervalos de Classes

- Podemos expandir o **agrupamento** para considerar **intervalos de valores**. Se por um lado **simplificamos** os dados, também **perdemos algumas informações**, para os dados mostrados anteriormente, poderíamos fazer:

INTERVALO	FREQUENCIA ABSOLUTA
0 - 3	2
3 - 6	4
6 - 9	1
9 - 12	1



12 $\vdash$ 15	2
----------------	---

- Observe que o símbolo $\vdash$ significa que estamos incluindo o valor da esquerda e excluindo o valor da direita na contagem da frequência. Ou seja, o intervalo é fechado na esquerda e aberto na direita.

Tipo de Intervalo	Notação matemática	Notação estatística	Significado
Intervalo aberto	$a < x < b$	$a - b$	Engloba todos os elementos entre a e b , mas não engloba a nem b .
Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita	$a \leq x < b$	$a \vdash b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive a mas não b .
Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita	$a < x \leq b$	$a \dashv b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive b mas não a .
Intervalo fechado	$a \leq x \leq b$	$a \vdash b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive a e b .

6. Densidade de Frequência

- Esse é um conceito pouco comum de aparecer, mas entendendo (ou decorando) sua fórmula, você pode acertar uma questãozinha e se destacar da concorrência:

$$\text{Densidade de frequência} = \frac{\text{frequência}}{\text{amplitude}}$$

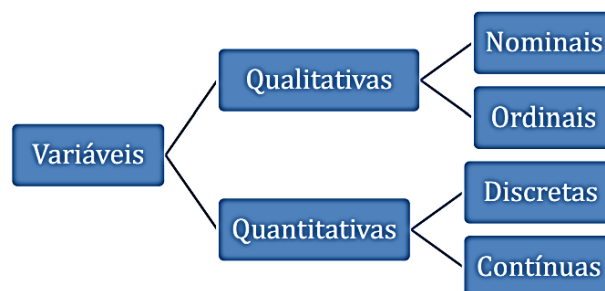
- A **amplitude refere-se a diferença entre o limite superior e inferior** da classe. No nosso exemplo:

$$D_1 = \frac{2}{3-0} = \frac{2}{3} \quad D_2 = \frac{4}{6-3} = \frac{4}{3} \dots\dots$$



7. Variáveis

- Uma **variável** é o conjunto dos **possíveis resultados esperados em um "experimento"**. Por exemplo, se a variável X representa os possíveis resultados de sexo de um recém-nascido, seus valores poderiam ser "Masculino" ou "Feminino". As variáveis podem ser:



- **Qualitativa**: seus possíveis valores não são números, mas **atributos**. Por exemplo Masculino/Feminino, ou Pequeno/Médio/Grande.

✓ No primeiro exemplo temos uma Variável Qualitativa **Nominal**, pois **não há como estabelecer uma ordem** entre os valores.

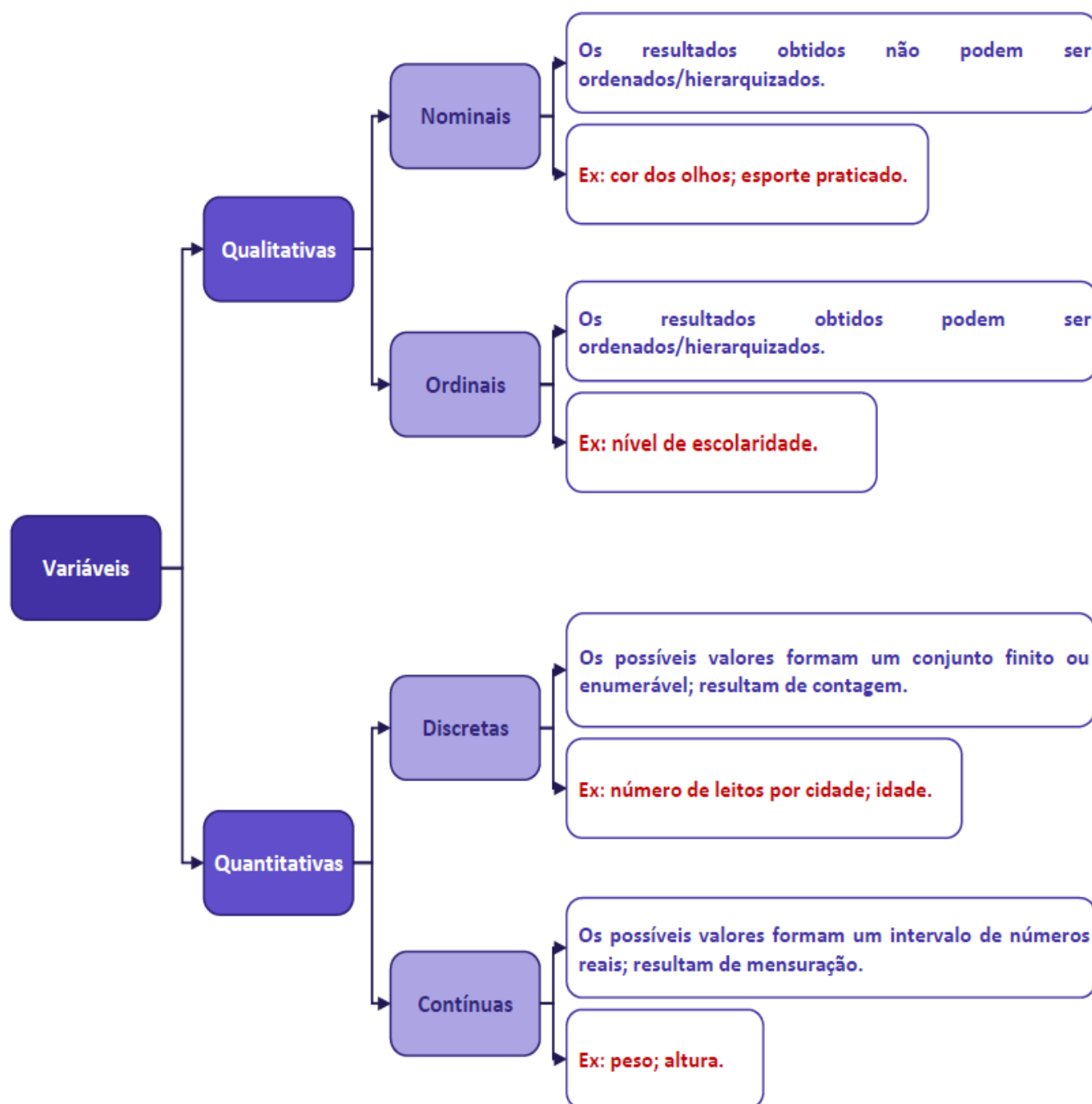
✓ No segundo caso temos uma Variável Qualitativa **Ordinal**, pois **é possível "ordenar"** seus valores.

- **Quantitativa**: seus possíveis valores são **números**.

✓ **Discretas**: quando podem assumir apenas valores dentro de um **conjunto enumerável**. (Ex: números naturais, números ímpares, números múltiplos de 0,5...). Cuidado, variáveis discretas também podem assumir infinitos valores, em alguns casos.



- ✓ **Contínuas:** quando podem assumir **qualquer valor em intervalos reais**.



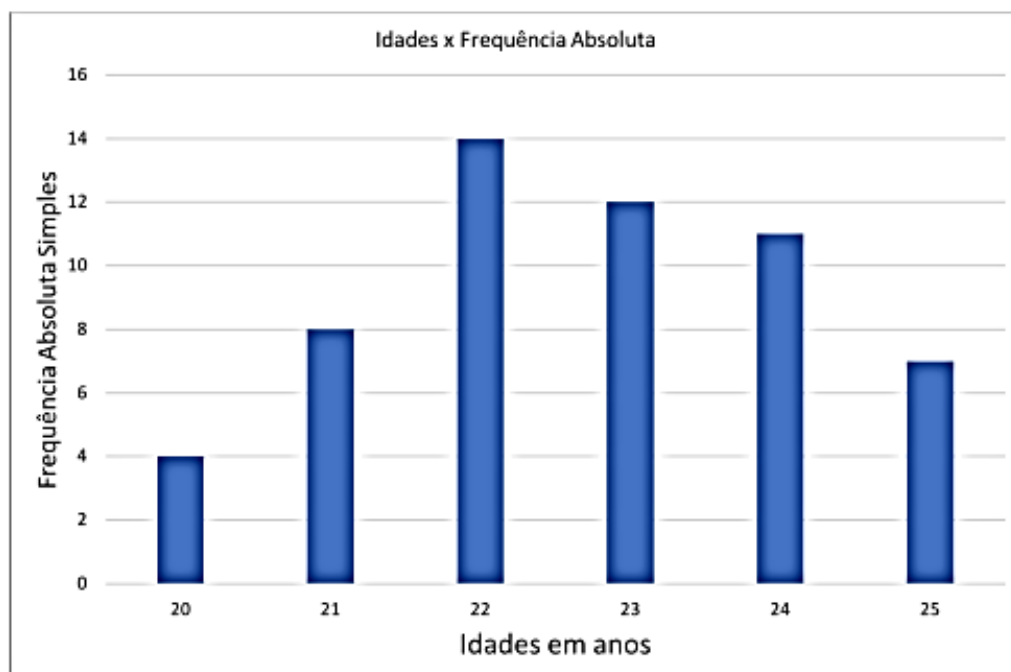
8. Interpretação de Gráficos

- Um aspecto importante não só para provas de Estatística, é saber interpretar gráficos. Não é um assunto fácil para ensinar por um "bizu", é algo que se



aprende continuamente. Mas chamo atenção para uma diferença importante, que pode te confundir:

- ✓ **Gráfico de barras/colunas** justapostas é frequentemente utilizado para **dados discretos ou atributos**:



- ✓ **Histograma** é frequentemente utilizado para **dados contínuos**, "o valor onde "encerra" uma barra, inicia a próxima":



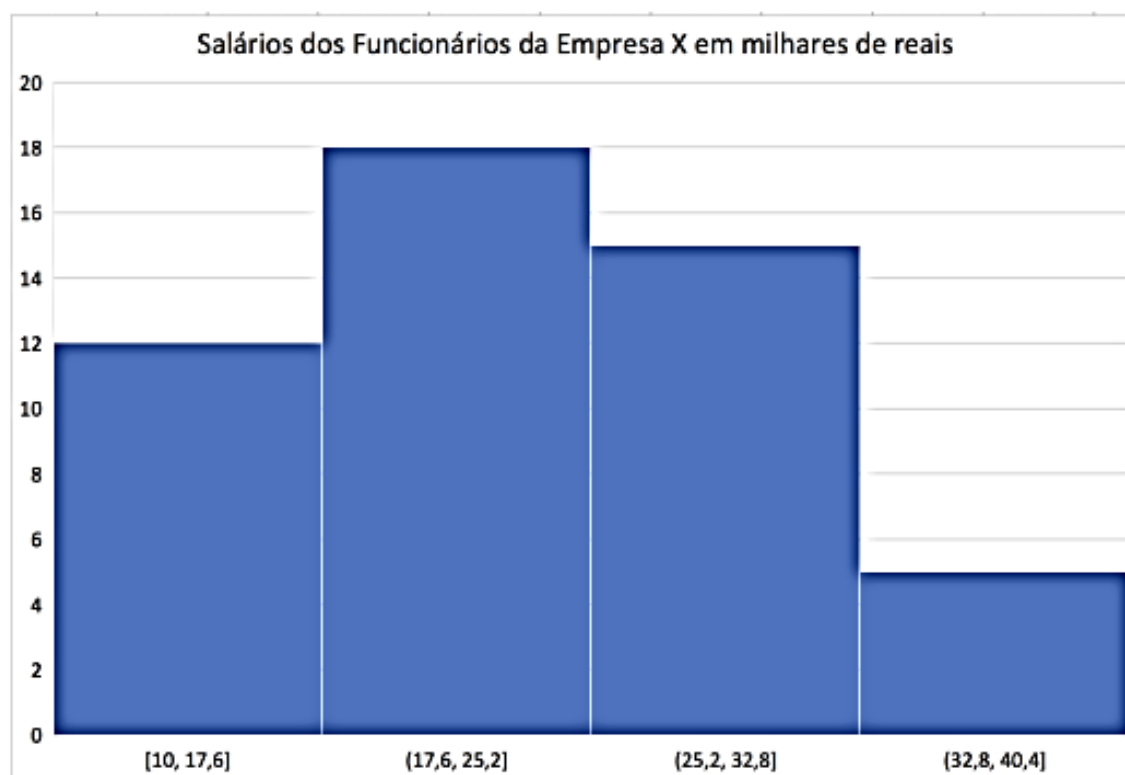
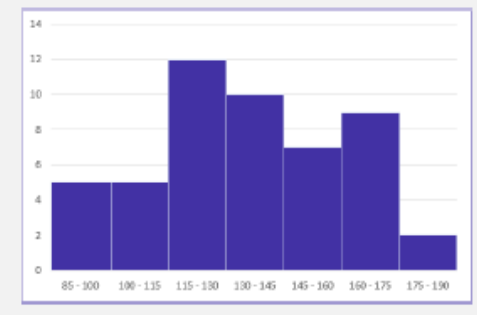
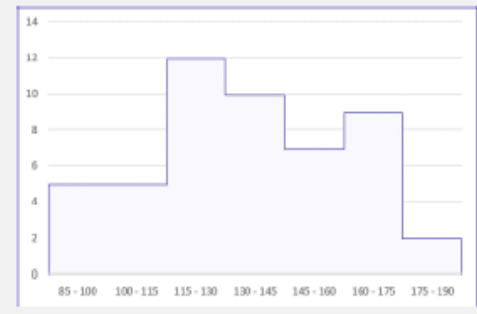
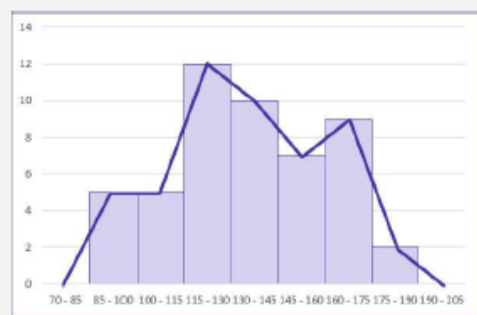


Gráfico	Definição
	O gráfico de hastes ou bastões é muito utilizado para representar dados não agrupados em classes, o que normalmente ocorre com dados discretos.
	O histograma é um gráfico destinado a representar dados agrupados em classe, sendo composto por um conjunto de retângulos contíguos (justapostos).
	A poligonal característica é construída utilizando apenas os contornos do histograma.
	O polígono de frequências é um gráfico em linha obtido por meio da ligação, por segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos retângulos de um histograma.



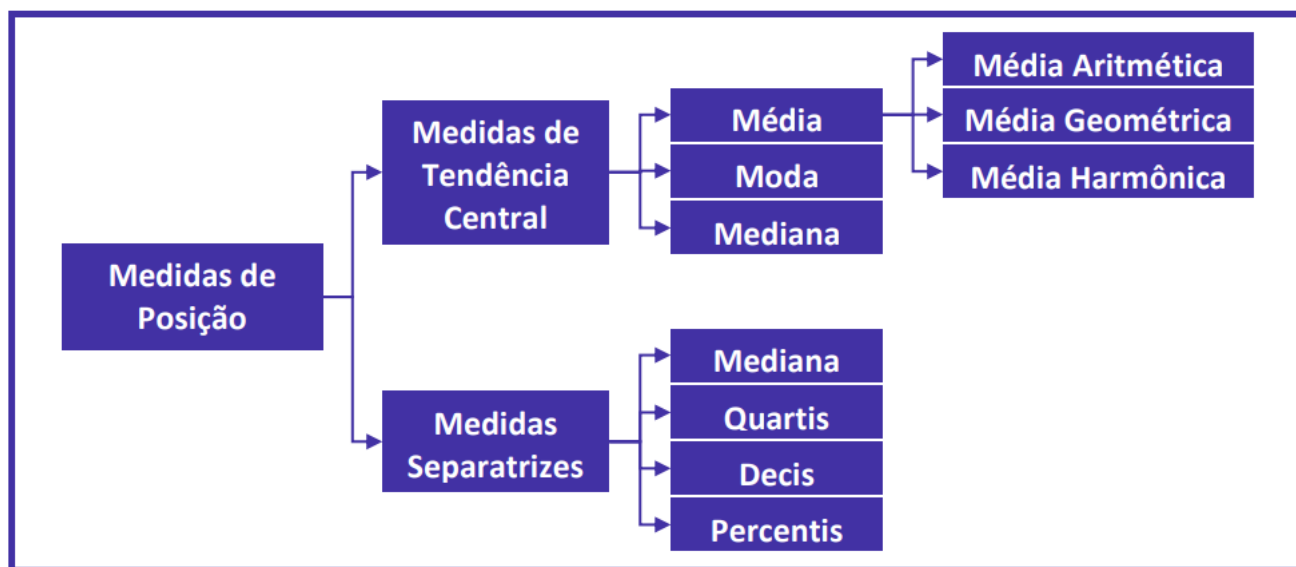
Média

9. Medidas de Posição

- As **medidas de posição** são estatísticas que caracterizam o comportamento dos elementos de uma **série de dados**, orientando quanto à posição da distribuição em relação ao eixo horizontal do gráfico da curva de frequência.
- **Medidas de tendência central**: representam o ponto central ou o valor típico de um conjunto de dados, indicando onde está localizada a maioria dos valores de uma distribuição. As medidas mais utilizadas são:
 - ✓ **Média aritmética**: é a medida de posição mais utilizada, sendo o valor resultante da divisão entre a soma de todos os valores de uma série de observações e o número de observações;
 - ✓ **Mediana**: valor que ocupa a posição central de uma série de observações, quando organizadas em ordem crescente ou decrescente; e
 - ✓ **Moda**: valor mais frequente em uma série de observações, ou seja, o que aparece o maior número de vezes dentro de um conjunto de valores observados.
- **Medidas separatrizes**: dividem (ou separam) uma série em duas ou mais partes, cada uma contendo a mesma quantidade de elementos. As medidas mais utilizadas são:
 - ✓ **Mediana**: divide uma série em duas partes iguais. Reparem que, além de ser uma medida separatriz, a mediana também é uma medida de tendência central;
 - ✓ **Quartis**: dividem uma série em quatro partes iguais;



- ✓ **Decis**: dividem uma série em dez partes iguais; e
- ✓ **Percentis**: dividem uma série em cem partes iguais.



10. Somatório e suas Propriedades

- O somatório é uma importante ferramenta para **simplificar** a escrita de adições. Seu símbolo é o $\sum$. Geralmente o somatório tem essa "cara":

$$\sum_{i=1}^{10} a_i$$

- O termo a_i representa o termo que está sendo somado. O índice i , indicado abaixo do somatório, inicia em 1 e termina em 10 (mostrado acima). Assim esse somatório equivale a:



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}.$$

- As duas principais propriedades do somatório são:

- ✓ Podemos "quebrar" somas internas:

$$\sum (a_i + b_i) = \sum a_i + \sum b_i$$

- ✓ Podemos "retirar" multiplicadores internos:

$$\sum (ka_i) = k \cdot \sum (a_i), \text{ sendo } k \text{ uma constante real.}$$

11. Média Aritmética

- Essa medida é definida como o QUOCIENTE entre a SOMA DE TODOS OS ELEMENTOS e o NÚMERO DELES. A **propriedade principal da média é preservar a soma dos elementos de um conjunto de dados.**
- A média aritmética é um valor que substitui todos os elementos de uma sequência, mantendo seu somatório. É comumente representado por $\bar{x}$. Sua fórmula é:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

- ✓ Ou seja, basta somar todos os termos, e dividir pela quantidade de termos.



- ✓ As principais propriedades da média aritmética são:
- ✓ Ela **sempre existe**, e é **única**.
- ✓ Ela sempre será igual ou inferior ao maior termo da sequência, e igual ou superior ao menor termo:

$$m \leq \bar{x} \leq M,$$

- ✓ será igual apenas quando todos os valores da sequência forem iguais.
- ✓ **Somando-se** (ou subtraindo-se) a mesma constante **a todos os termos** da sequência **a média é aumentada** (ou diminuída) desse valor.
- ✓ **Multiplicando-se** (ou dividindo-se) uma constante por **todos os termos** da sequência, **a média é multiplicada** (ou dividida) por esse número.

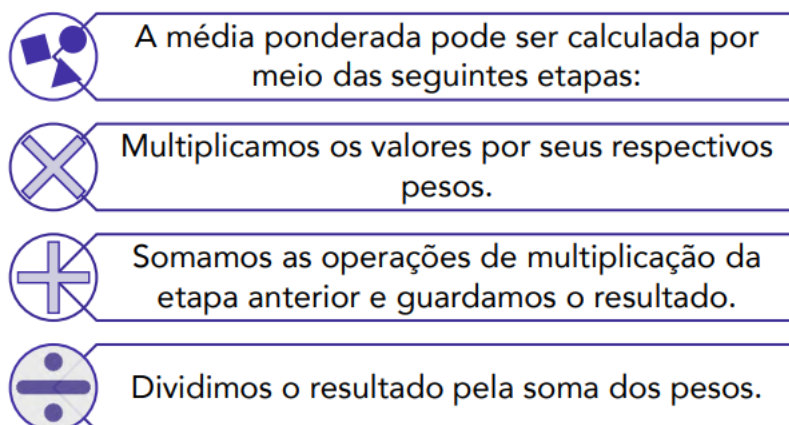
12. Média Ponderada ou Média com Frequências

- Uma média ponderada é a média de um conjunto de dados cujos valores possuem pesos variados.
- Na **média ponderada**, alguns termos da sequência "**pesam**" mais do que os outros. Por exemplo: você faz duas provas, mas sua nota final não é simplesmente a média aritmética das duas, a segunda prova tem "peso 2" (e a primeira, "peso 1").
- A Média Ponderada tem a seguinte Fórmula:



$$\bar{x} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

- Onde p_i é o peso referente ao termo i
- Para dados agrupados por Valor, a **frequência** desempenha **papel semelhante ao do "peso"**.
- Resumindo:



13. Média para dados Agrupados por Classe

- Aqui, antes de calcular a média exatamente como mostramos nos tópicos anteriores, precisamos primeiro **"trocar" o intervalo por um valor**, para isso fazemos a **média dos limites do intervalo**. Por exemplo, o intervalo $10 \text{ -- } 20$ "assumiria" o valor 15.

14. Geométrica



- A média geométrica é uma medida estatística muito utilizada em situações de **acumulação de percentuais**, fato muito comum em problemas financeiros.
- Essa medida é definida, para o conjunto de números positivos, como a raiz n -ésima do produto de n elementos de um conjunto de dados. A **propriedade principal dessa média é preservar o produto dos elementos de um conjunto de dados**.
- **A Média Geométrica**, em vez de preservar o somatório de uma sequência de termos, **preserva o produto desses valores**. Sua fórmula é:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

15. Média Harmônica

- A **média harmônica** é muito utilizada quando precisamos trabalhar com grandezas inversamente proporcionais. É o caso de problemas clássicos, como o cálculo da velocidade média de um automóvel ou da vazão de torneiras (quanto tempo duas ou mais torneiras levam para encher um tanque).
- Essa medida é definida, para o conjunto de números positivos, como o inverso da média aritmética dos inversos. A propriedade principal dessa média é **preservar a soma dos inversos dos elementos de um conjunto de números**.
- **A Média Harmônica preserva a soma dos inversos** dos números de uma sequência. Sua fórmula é:



$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

16. Desigualdade das Médias

- Se os valores de uma sequência forem iguais, as três médias serão iguais. Se pelo menos um for diferente teremos a seguinte desigualdade: $\bar{x} > G > H$. Ou seja, **a média aritmética é maior que a média geométrica que é maior que a média harmônica.**



Moda

17. Conceitos Iniciais

- A moda é aquele valor (ou valores) que aparecem com maior frequência em um determinado conjunto de elementos. Cuidado, pois a moda é o valor e não a maior frequência. Podemos classificar o conjunto em 3 tipos:
 - ✓ **Umimodal:** a moda é única, apenas um valor aparece mais vezes.
 - ✓ **Plurimodal** (ou polimodal): a moda é múltipla, vários valores compartilham a mesma frequência, e ela é a máxima.
 - ✓ **Amodal: não há moda**, todos os valores possuem a mesma frequência.

18. Moda de Pearson

- Em raras ocasiões, a questão solicita que seja calculada a moda de Pearson. Sua fórmula é a seguinte:

$$M_o = 3 \cdot M_d - 2\bar{x}$$

- Observe que, neste caso, a moda é calculada em função da Mediana (M_d) e da Média ($\bar{x}$).

19. Moda Bruta, de Czuber e de King

- A situação se complica um pouco quando os valores dos dados estão



agrupados em classes. É simples descobrir qual **classe possui a maior frequência (classe modal)**, entretanto não é tão evidente qual valor, dentro do intervalo da classe, deve ser considerado a moda. Para se chegar a um valor pontual, existem 3 procedimentos distintos:

- **Moda Bruta:** adota-se simplesmente o **ponto médio da classe modal**.
- **Moda de Czuber:** a moda **dependerá das frequências das classes imediatamente antes e depois da classe modal, bem como da frequência da classe modal**. Se a frequência da classe anterior for maior do que a da classe posterior, a moda será "puxada" mais para perto do limite inferior da classe modal. E vice-versa. Se as frequências forem iguais, a moda será exatamente o ponto médio.
- **Moda de King:** semelhante a moda de Czuber, mas a **frequência da classe modal não entra na fórmula**.
- Vamos para um exemplo, vai facilitar bastante as coisas. Imagine a seguinte situação:

INTERVALO	FREQUENCIA ABSOLUTA
3 - 6	15
6 - 9	25
9 - 12	5

- ✓ Primeiramente identificamos a classe modal: é a segunda (6 - 9) pois tem a maior frequência absoluta.



✓ A Moda Bruta é simplesmente o ponto médio dela, ou seja 7,5.

✓ **A moda de Czuber é definida pela fórmula:**

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_M - f_{ant}}{(f_M - f_{ant}) + (f_M - f_{post})} \right] \cdot h$$

✓ Substituindo os valores: $M_o = 6 + \left[\frac{25-15}{(25-15)+(25-5)} \right] * 3 = 7$

✓ **A moda de King é definida pela fórmula:**

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}} \right] \cdot h$$

✓ Substituindo os valores: $M_o = 6 + \left[\frac{5}{15+5} \right] * 3 = 6,75$

✓ Observe que como a frequência da classe anterior é maior do que a da posterior, a moda foi "puxada" para mais perto de 6 (do que de 9).

✓ Podem existir outros intervalos de classe nos dados, mas a moda é apenas influenciada pelos imediatamente adjacentes.

✓ Se a classe modal for a primeira (ou a última) adotamos como frequência anterior (ou posterior) o valor zero.



Vamos ficando por aqui.

Esperamos que tenha gostado do nosso Bizu!

Bons estudos!

"A única pessoa que você está destinado a se tornar é a pessoa que você decide ser."

(Ralph Waldo Emerson)

Elizabeth Menezes



@prof.elizabethmenezes

Leonardo Mathias



@profleomathias



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.